



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2024

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 9 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، منها: 4 بيضاء و 3 حمراء و 2 خضراوان. (I) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كرات في آن واحد.

(1) احسب احتمال كل من الحوادث الآتية:

A : « الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون » ، B : « الحصول على الألوان الثلاثة »

C : « الحصول على كرتة بيضاء على الأقل »

(2)  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الألوان المتحصل عليها.

(أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ثم احسب أمله الرياضياتي  $E(X)$

(ب) احسب  $E(84X + 1837)$

(II) نضيف الآن إلى الصندوق كرتة واحدة سوداء ثم نسحب منه عشوائيا 4 كرات على التوالي دون إرجاع.

– بيّن أنّ احتمال الحادثة  $D$ : « الحصول على الألوان الأربعة » هو  $\frac{4}{35}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) (أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  ، بواقي القسمة الإقليدية لكان من العددين  $3^n$  و  $5^n$  على 7

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(5^{1445})^{2024}$  على 7

(2) بيّن أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ، العدد  $61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445$  مضاعف للعدد 7

(3) جد الأعداد الطبيعية  $n$  التي تُحقّق :  $1445^{6n+1} + 2024^n + 2n \equiv 0 [7]$

(4) عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  التي من أجلها يقبل العدد  $5^n + 2^n$  القسمة على 7

التمرين الثالث: (05 نقاط)

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 0$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{6+6u_n}{5+u_n}$

(1) احسب  $u_1$  و  $u_2$  ثم تحقّق أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = 6 - \frac{24}{5+u_n}$



(2) أ) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 \leq u_n < 3$   
 ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

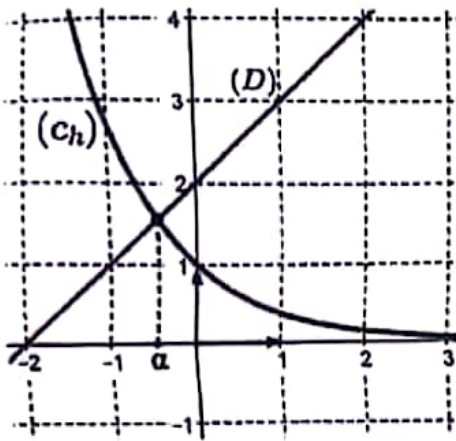
(3)  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3}$

أ) أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{8}{3}$  ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

ب) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 3 + \frac{5}{v_n - 1}$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب المجموع  $S_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $S_n = v_0 + 3 \times v_1 + 3^2 \times v_2 + \dots + 3^n \times v_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



(I)  $(C_h)$  التمثيل البياني للدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = e^{-x}$   
 و  $(D)$  المستقيم ذو المعادلة:  $y = x + 2$  و  $\alpha$  فاصلة نقطة تقاطع  $(D)$  و  $(C_h)$  ، كما في الشكل المقابل.

بقراءة بيانية: حدّد حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$  حيث:

$$g(x) = e^{-x} - x - 2$$

(II)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -x + (x+1)e^x$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، (وحدة الطول 2cm)

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = -g(x) \times e^{-x}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  عند  $-\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$

(4) بين أن  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا لـ  $(\Delta)$  ، يُطلب تعيين معادلة له.

(5) أ) ارسم  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  (ناخذ:  $\alpha \approx -0,5$  و  $f(\alpha) \approx 0,8$ )

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $f(x) = -x - e^m$  حلين مختلفين.

(6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن:  $\int_{-1}^0 x e^x dx = \frac{2}{e} - 1$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع ،  $\mathcal{A}$  مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ  $(C_f)$  والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$x = 0 \text{ ، } x = -1 \text{ ، } y = -x$$



## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها:

كرتان تحملان الرقم 0 ، ثلاث كرات تحمل الرقم 2 ، كرتة واحدة تحمل الرقم 3 وأربع كرات تحمل الرقم 4  
نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرات في آن واحد.  
1) احسب احتمال كل من الحوادث الآتية:

A : « مجموع الأعداد التي تحملها الكرات المسحوبة يساوي 12 »

B : « الحصول على ثلاثة أعداد أولية »

C : « جُءاء الأعداد التي تحملها الكرات المسحوبة معدوم »

2)  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كرات عدد الأعداد الأولية المتحصل عليها.(أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ثم احسب أمله الرياضياتي  $E(X)$ (ب) احسب احتمال الحادثة  $(X^2 > e)$ 

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة  $(E) \quad 3179x - 1156y = 1445 \dots$  ذات المجهولين الصحيحين  $x$  و  $y$ 

(أ) جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 3179 و 1156

(ب) حلّ المعادلة  $(E)$  علما أنّ الثنائية  $(7; 3)$  حلّ لها.2)  $x$  ،  $y$  عدنان صحيحان و  $d$  عدد طبيعي حيث:  $(x; y)$  حلّ للمعادلة  $(E)$  و  $PGCD(x; y) = d$ (أ) عيّن القيم الممكنة للعدد  $d$ (ب) جد كلّ الثنائيات  $(x; y)$  التي تحقّق:  $d = 5$ 3)  $a$  ،  $b$  عدنان طبيعيان و  $PGCD(a; b) = 5$ (أ) جد الثنائيات  $(a; b)$  التي تحقّق:  $ab = 600$ (ب) عيّن الثنائية  $(a; b)$  حلّ للمعادلة  $(E)$  التي تحقّق:  $ab = 600$ 

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I)  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $[2; 3]$  بـ:  $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$ - ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم بيّن أنه: من أجل كل  $x$  من  $[2; 3]$  ،  $2 \leq f(x) \leq \frac{11}{5}$





(II)  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $2 < u_n \leq 3$

(2) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} - u_n = \frac{(1+u_n)(2-u_n)}{2+u_n}$  ، ثم استنتج اتجاه تغير  $(u_n)$

(3) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{4}(u_n - 2)$

ب) برهن أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 < u_n - 2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$  ، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq 2(n+1) + \frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يُمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة  $g$  المعرفة على  $]-2; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x + \ln(x+2)$

$x$	-2	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(1) أثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $-0,45 < \alpha < -0,44$

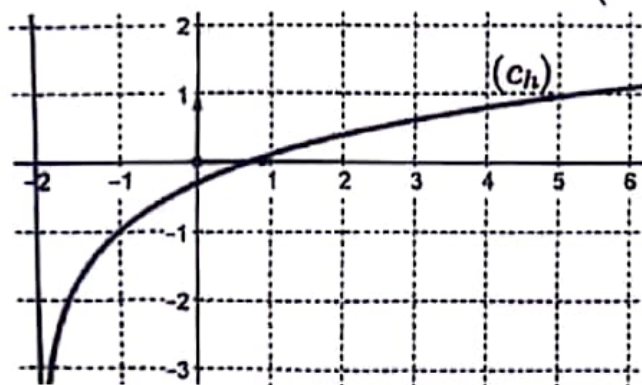
(2) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$

(II)  $f$  الدالة المعرفة على  $]-2; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)(-1 + \ln(x+2))$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، (وحدة الطول  $2cm$ )

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل  $x$  من  $]-2; +\infty[$  ،  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$



ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) في الشكل المقابل،  $(C_h)$  منحنى الدالة  $h$  المعرفة

على  $]-2; +\infty[$  بـ:  $h(x) = -1 + \ln(x+2)$

أ) بين أن  $(C_h)$  منحنى مقارب لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_h)$  و  $(C_f)$

(4) أ) أعد رسم  $(C_h)$  على ورقة الإجابة ثم ارسم  $(C_f)$  (ناخذ:  $f(\alpha) \approx -0,2$ )

ب) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = m$

(5) بين أن:  $\int_{-1}^{e-2} \frac{\ln(x+2)}{x+2} dx = \frac{1}{2}$  ثم احسب بالسنتيمتر المربع،  $A$  مساحة الحيز المستوي المحدد

بالمنحنيين  $(C_h)$  و  $(C_f)$  والمستقيمين ذوي المعادلتين:  $x = -1$  و  $x = e-2$